

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«БРЯНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ИМЕНИ АКАДЕМИКА И.Г. ПЕТРОВСКОГО»**  
**(БГУ)**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
Шамоян Ф.А.

«29» августа 2016г.

## **ПРОГРАММА**

**вступительного экзамена в магистратуру**  
**по направлению подготовки 01.04.01 Математика**  
**направленность (профиль) «Комплексный анализ и алгебра»**

# 1 часть - МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

## 1. ПРЕДЕЛ ЧИСЛОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРЕДЕЛА, СВОЙСТВА, ВЫРАЖАЕМЫЕ НЕРАВЕНСТВАМИ. ТЕОРЕМА О ПРЕДЕЛЕ МОНОТОННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. ТЕОРЕМА О СЖАТОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА $\epsilon$

### Основные вопросы

Определение числовой последовательности. Ограниченная, неограниченная, стационарная, монотонная последовательности.

Предел числовой последовательности. Сходящаяся, расходящаяся, бесконечно малая, бесконечно большая последовательности. Необходимое условие сходимости последовательности (ограниченность сходящейся последовательности). Теорема о единственности предела.

Предел суммы, разности, произведения, частного сходящихся последовательностей. Предельный переход в неравенствах, теорема о сжатой переменной.

Теорема о пределе монотонной последовательности (существование предела монотонной и ограниченной последовательности). Определение числа  $\epsilon$ .

[1], гл. 3, §§ 1-3.

[3], гл. 1, § 4, пп. 1-5, 8, 9.

[5], гл. 3, § 1, пп. 27-31, § 2, пп. 36, 38-41, § 3, п. 44, § 4, п. 48.

## 2. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ В ТОЧКЕ. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ДВУХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ. ОДНОСТОРОННИЕ ПРЕДЕЛЫ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРЕДЕЛОВ ФУНКЦИЙ. СВОЙСТВА ПРЕДЕЛОВ, ВЫРАЖАЕМЫЕ НЕРАВЕНСТВАМИ. ТЕОРЕМА О ПРЕДЕЛЕ МОНОТОННОЙ ФУНКЦИИ. ПЕРВЫЙ И ВТОРОЙ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЫ

### Основные вопросы

Определение предела функции в точке по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Односторонние пределы.

Предел суммы, разности, произведения, частного функций. Предельный переход в неравенствах. Теорема о существовании конечного или бесконечного предела монотонной функции.

Первый и второй замечательные пределы.

[1], гл. 4, §§ 2, 6; гл. 8, § 1.

[3], гл. 1, § 5, пп. 4, 7, 9, 10, 14, § 8, п. 1.

[5], гл. 3, § 1, пп. 32-35, § 2, пп. 42, 43, § 3, п. 47, § 4, п. 50.

## 3. НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ. ОДНОСТОРОННЯЯ НЕПРЕРЫВНОСТЬ. ТОЧКИ РАЗРЫВА И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ. ТЕОРЕМА О НЕПРЕРЫВНОСТИ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ. ТЕОРЕМА О СУЩЕСТВОВАНИИ И НЕПРЕРЫВНОСТИ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

### Основные вопросы

Определение функции, непрерывной в точке. Односторонняя непрерывность.

Точки разрыва и их классификация.

Теорема о непрерывности в точке сложной функции.

Теорема о существовании и непрерывности обратной функции. Непрерывность основных элементарных функций ( $a^x$ ,  $x^a$ ,  $\log_a x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{ctg} x$ ,  $\operatorname{arcsin} x$ ,  $\operatorname{arccos} x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ ,  $\operatorname{arcctg} x$ ).

Определение элементарной функции и теорема об ее непрерывности.

[1], гл. 4, §§ 3, 4, 5.

[3], гл. 1, § 5, пп. 3, 5, 9, 10, 12, 13, 16, § 6, п. 3, § 7, пп. 2, 3.

[5], гл. 4, § 1, пп. 60, 63, 64, 67, § 2, п. 71.

## 4. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ, НЕПРЕРЫВНЫХ НА ОТРЕЗКЕ: ОГРАНИЧЕННОСТЬ, СУЩЕСТВОВАНИЕ НАИМЕНЬШЕГО И НАИБОЛЬШЕГО ЗНАЧЕНИЙ, ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОЙ ФУНКЦИИ

### Основные вопросы

Непрерывность функции на множестве. Непрерывность суммы, произведения, частного непрерывных функций.

Свойства функций, непрерывных на отрезке:

- ограниченность (1-я теорема Вейерштрасса);
- существование наименьшего и наибольшего значений (2-я теорема Вейерштрасса);
- теорема о нулях непрерывной на отрезке функции, принимающей на концах этого отрезка значения разных знаков (1-я теорема Больцано-Коши);
- теорема о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции (2-я теорема Больцано-Коши).

[1], гл. 8, §§ 4-6, 8.

- [3], гл. 1, §5, пп. 10, § 6, пп. 1, 2.  
[5], гл. 4, § 2, пп. 62, 68, 70, 72, 73.

## **5. ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ, ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ И МЕХАНИЧЕСКИЙ СМЫСЛ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОИЗВОДНОЙ, ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ И ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ. ПРОИЗВОДНЫЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ**

### *Основные вопросы*

Производная функции в точке, ее геометрический и механический смысл.

Правила дифференцирования: производная суммы, произведения, частного функций, производная сложной и обратной функции.

Производные основных элементарных функций:  $a^x$ ,  $x^a$ ,  $\log_a x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{ctg} x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ ,  $\operatorname{arccot} x$ .

- [1], гл. 5, §§ 1, 3-8.  
[3], гл. 1, § 9, пп. 1, 3-7.  
[5], гл. 5, § 1, пп. 76-84.

## **6. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ**

### *Основные вопросы*

Теорема Ролля (о нулях производной), ее геометрический смысл. Теорема Ферма. Теорема о приращении функции (теорема Лагранжа). Геометрический смысл теоремы Лагранжа. Теорема Коши (формулировка).

- [1], гл. 8, §§ 7, 9, 11-13.  
[3], гл. 1, §§ 11, 12.  
[5], гл. 6, § 1, пп. 100-102, 104, гл. 7, § 3.

## **9. ПЕРВООБРАЗНАЯ. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ, ЕГО ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ПОДСТАНОВКОЙ И ПО ЧАСТЯМ**

### *Основные вопросы*

Определение первообразной. Теоремы о множестве и общем виде первообразных. Определение неопределенного интеграла. Основные свойства: линейность, интеграл от дифференциала функции, дифференциал (производная) от интеграла.

Основные методы интегрирования: замена переменной (метод подстановки) и интегрирование по частям.

- [1], гл. 6, §§ 1, 2.  
[3], гл. 3, § 22, пп. 1-5.  
[5], гл. 10, § 1, пп. 155, 157-163.

## **10. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ. КРИТЕРИЙ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ. ИНТЕГРИРУЕМОСТЬ НЕПРЕРЫВНОЙ И МОНОТОННОЙ ФУНКЦИИ**

### *Основные вопросы*

Определение интегральной суммы и определенного интеграла Римана.

Ограниченность интегрируемой функции (необходимое условие интегрируемости).

Основные свойства определенного интеграла: линейность, аддитивность, интегрирование неравенств, теорема о среднем.

Верхние и нижние суммы Дарбу. Критерий интегрируемости.

Равномерная непрерывность функции на отрезке. Теорема Кантора. Теорема об интегрируемости непрерывной функции.

Теорема об интегрируемости монотонной функции.

- [1], гл. 10, §§ 1-3, § 4, п. 3, § 5.  
[3], гл. 3, § 27, пп. 1, 3-6, § 28, пп. 1, 2.  
[5], гл. 4, § 2, пп. 74, 75; гл. 11, § 1, § 2, пп. 180-182.

## **12. СУЩЕСТВОВАНИЕ ПЕРВООБРАЗНОЙ ДЛЯ НЕПРЕРЫВНОЙ ФУНКЦИИ. ФОРМУЛА НЬЮТОНА-ЛЕЙБНИЦА. ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННОЙ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ ПО ЧАСТЯМ В ОПРЕДЕЛЕННОМ ИНТЕГРАЛЕ**

### *Основные вопросы*

Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о существовании первообразной для непрерывной функции.

Вычисление определенного интеграла: формула Ньютона-Лейбница.

Замена переменной (метод подстановки) и интегрирование по частям в определенном интеграле.

[1], гл. 10, § 7.

[3], гл. 3, § 29, пп. 1-3, § 30, пп. 1, 2.

[5], гл. 11, § 2, п. 183, § 3, пп. 185-187.

### **13. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ. РАВНОМЕРНАЯ СХОДИМОСТЬ. ПРИЗНАК ВЕЙЕРШТРАССА**

*Основные вопросы*

Определение функциональной последовательности и функционального ряда. Область определения функциональной последовательности и ряда. Область сходимости.

Определение равномерной сходимости последовательности и ряда. Геометрический смысл.

Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности и ряда.

Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.

[2], гл. 1, § 1, пп. 1-6.

[4], гл. 4, § 36, пп. 1-3.

[6], гл. 16, § 1.

[8], гл. 21, §§ 1.

[9], гл. 3, § 10, § 11, пп. 1-5.

### **14. СВОЙСТВА РАВНОМЕРНО СХОДЯЩИХСЯ РЯДОВ**

*Основные вопросы*

Теорема о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.

[2], гл. 1, § 2, пп. 1, 2.

[4], гл. 4, § 36, п. 4.

[6], гл. 16, § 2, пп. 266, 268-270.

[8], гл. 21, § 2.

[9], гл. 3, § 12.

### **15. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ. ТЕОРЕМА АБЕЛЯ. ИНТЕРВАЛ И РАДИУС СХОДИМОСТИ. СВОЙСТВА СТЕПЕННЫХ РЯДОВ ВНУТРИ ИНТЕРВАЛА СХОДИМОСТИ**

*Основные вопросы*

Определение степенного ряда. Теорема Абеля. Определение радиуса сходимости степенного ряда. Область сходимости степенного ряда. Формулы Даламбера и Коши для нахождения радиуса сходимости степенного ряда.

Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

[2], гл. 1, § 4, пп. 1, 2.

[4], гл. 4, § 37, пп. 1, 4.

[6], гл. 6, § 3, п. 272-276.

[8], гл. 31, § 3.

[9], гл. 4, §§ 14, 15.

### **16. РЯД ТЕЙЛОРА. ТЕОРЕМА О РАЗЛОЖЕНИИ ФУНКЦИИ В РЯД ТЕЙЛОРА. РАЗЛОЖЕНИЕ В СТЕПЕННОЙ РЯД ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ**

*Основные вопросы*

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (без вывода).

Определение ряда Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора. Достаточное условие. Разложение в ряд Тейлора функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ .

[2], гл. 1, § 5, пп. 1, 2.

[4], гл. 4, § 37, пп. 5-7.

[6], гл. 15, § 6, пп. 252, 253.

[8], гл. 22, §§ 1, 3-5.

[9], гл. 1, § 4, § 5, пп. 1, 2, 4-6.

## **20. ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ $n$ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ. ПРЕДЕЛ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ. ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ. ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ. УСЛОВИЯ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТИ**

### *Основные вопросы*

Определение предела и непрерывности функции  $n$  действительных переменных как функции на метрическом пространстве  $\mathbf{R}^n$ . Единственность предела, арифметические свойства предела функции и непрерывных функций.

Определение частных производных, дифференцируемости и дифференциала. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости.

[1], гл. 14, § 2, п. 3, § 3, § 4, пп. 1-3.

[3], гл. 2, § 19, пп. 1-3, § 20, пп. 1, 2, 5.

[5], гл. 8, § 1, п. 129, § 2, п. 132; гл. 9, § 1, пп. 138, 139, 142.

## **21. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА. УРАВНЕНИЯ С РАЗДЕЛЯЮЩИМИСЯ ПЕРЕМЕННЫМИ, ОДНОРОДНЫЕ И ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

### *Основные вопросы*

Определение дифференциального уравнения первого порядка и его решения. Задача Коши. Общее и частное решения. Геометрический смысл дифференциального уравнения.

Уравнения с разделяющимися переменными. Формула общего решения. План решения уравнения с разделяющимися переменными.

Однородные уравнения и способ их решения.

Определение линейного уравнения первого порядка. Алгоритм решения линейного уравнения первого порядка.

[7], гл. 1, §§ 1-3, гл. 2, §§ 1-6.

[8], гл. 1

## **22. ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

### *Основные вопросы*

Определение фундаментальной системы решений. Характеристическое уравнение, фундаментальная система решений и общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Общее решение неоднородного уравнения. Нахождение частного решения методом неопределенных коэффициентов.

[7], гл. 3, §§ 1-3.

[8], гл. 2, пп. 12-18.

## **23. ФУНКЦИЯ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО. НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ. УСЛОВИЯ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТИ. ПОНЯТИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

### *Основные вопросы*

Определение функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Действительная и мнимая части функции комплексного переменного. Предел функции комплексного переменного в точке и его свойства. Непрерывность и свойства непрерывных функций комплексного переменного.

Производная функции комплексного переменного. Связь дифференцируемости и непрерывности. Условие дифференцируемости Коши-Римана. Определение аналитической функции.

Определение функций  $\exp z, \cos z, \sin z, \operatorname{Ln} z, z^n$  и их основные свойства (перечислить). Формулы Эйлера.

[9], гл. 1, § 2, пп. 1-4, § 3, пп. 1, 2.

## **24. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО**

### *Основные вопросы*

Понятие интеграла по кусочно-гладкой кривой от функции комплексного переменного, его вычисление и основные свойства: линейность, аддитивность, зависимость от направления интегрирования. Интегральная теорема Коши. Первообразная функции комплексного переменного. Интегральная формула Коши.

[9], гл. 2, § 3, пп. 1-3, 5, гл. 4, § 1, пп. 1, 2, § 2, пп. 1-5, § 3, пп. 1, гл. 5, § 2, пп. 1-3.

## 25. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ. РЯД ТЕЙЛОРА. РЯД ЛОРАНА

Степенной ряд, его радиус сходимости. Ряд Тейлора. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Ряд Лорана, его область сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки. Изолированные особые точки и их классификация.

[9], гл. 5, § 2, пп. 1-3, гл. 6, §§ 1, 2.

## 26. ВЫЧЕТЫ

*Основные вопросы*

Понятие вычета относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Методы вычисления вычетов. Применение вычетов к вычислению интегралов (контурных, определенных, несобственных). Примеры.

[9], гл. 6, §§ 1, 2, гл. 7, § 1, пп. 1-3, § 2, пп. 3.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч.1. – Физматлит, 2009.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч.2. – Физматлит, 2009.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1. – Юрайт, 2015.
4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.2. – Юрайт, 2015.
5. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.1. – Лань, 2005.
6. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.2. – Лань, 2005.
7. Матросов В.Л., Асланов Р. М., Топунов М. В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными: учебник. Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС, 2011 Электронный ресурс. Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=116579](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=116579)
8. Медведев К.В., Шалдырван В. А. Дифференциальные уравнения. Вузовская книга, 2008 Электронный ресурс. Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=129685](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=129685)
9. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – Ленанд, 2015.

## 2 часть – АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ И ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

### 1. БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ, ОТНОШЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И РАЗБИЕНИЕ МНОЖЕСТВА НА КЛАССЫ, ФАКТОР-МНОЖЕСТВО.

*Основные вопросы*

Декартово (прямое) произведение множеств. Бинарные отношения, их свойства – рефлексивность, симметричность, транзитивность, антисимметричность, связность. Примеры. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на непересекающиеся классы. Критерий отношения эквивалентности. Фактор-множество, естественное отображение. Примеры из алгебры и теории чисел, геометрии, математического анализа, школьного курса математики.

[1], Гл.1, § 2. [ 5 ], Гл.2. §2 ,4.  
[13], § 1. [ 6], Гл.1. § 6.

### 2. ГРУППА. ПРИМЕРЫ ГРУПП. ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА ГРУПП. ПОДГРУППА. КРИТЕРИЙ ПОДГРУППЫ. ГОМОМОРФИЗМЫ И ИЗОМОРФИЗМЫ ГРУПП.

*Основные вопросы.*

Определение бинарной операции. Аддитивная и мультипликативная форма записи операции. Свойства бинарной операции – ассоциативность, коммутативность, существование нейтрального (единичного, нулевого) и симметричного (противоположного, обратного) элементов. Определение группы. Примеры групп (числовых и нечисловых, конечных и бесконечных, абелевых и неабелевых). Простейшие свойства групп – обобщенный закон ассоциативности; единственность нейтрального, симметричного элементов. Гомоморфизм групп. Изоморфизм групп.

[2], Гл.1, § 1-5. [ 13 ], §2.  
[6], Гл.4, § 1,2. [5], Гл.3 §1.3; Гл.10, § 1.

### 3. КОЛЬЦО. ПРИМЕРЫ КОЛЕЦ. ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА КОЛЕЦ. ПОДКОЛЬЦО. КРИТЕРИЙ ПОДКОЛЬЦА. ИЗОМОРФИЗМ КОЛЕЦ.

### *Основные вопросы*

Определение кольца. Примеры колец. Простейшие свойства кольца (единственность нулевого и противоположного элементов, выполнимость вычитания). Аддитивная группа кольца. Определение и критерий подкольца. Определение гомоморфизма и изоморфизма колец, их простейшие свойства.

[2], Гл.1, § 6 [ 5 ], Гл.3, §12,4  
[3], Гл.2, § 1,2,3 [13], § 3  
[ 6 ], Гл.4, §3.

## **4. АКСИОМАТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ. ПРИНЦИП МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ.**

### *Основные вопросы*

Определение системы натуральных чисел на основании аксиом Пеано. Операции сложения и умножения на множестве натуральных чисел, их свойства. Сравнение натуральных чисел по величине. Принцип математической индукции.

[1], Гл.1, § 6 [ 7 ], Гл.2, §1-6  
[6], Гл.1 §7 [13], § 4  
[5], Гл.4, §1-3

## **5. ПОЛЕ. ПРИМЕРЫ ПОЛЕЙ. ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА ПОЛЯ. ПОДПОЛЕ. КРИТЕРИЙ ПОДПОЛЯ. ИЗОМОРФИЗМ ПОЛЕЙ.**

### *Основные вопросы*

Определение поля. Примеры полей (бесконечных и конечных). Простейшие свойства поля. Характеристика поля. Подполе – определение и критерий. Определение изоморфизма полей, примеры.

[2], Гл.1, § 6,7 [6], Гл.4 §3  
[5], Гл.4, §5 [13], § 7

## **6. ПОЛЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ. ОПЕРАЦИИ НАД КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ В АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ФОРМЕ.**

### *Основные вопросы.*

Необходимость расширения поля действительных чисел. Построение поля  $\mathbb{C}$  комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции сложения, умножения и деления комплексных чисел в алгебраической форме. Сопряженные комплексные числа, их свойства. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и операции над ними.

[2], Гл.1, § 7 [7], Гл.6, §1-3  
[5], Гл.4 §7 [13], §8  
[ 6 ], Гл.5, §1

## **7. ВЕКТОРНОЕ ПРОСТРАНСТВО. ПРИМЕРЫ И ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА ВЕКТОРНЫХ ПРОСТРАНСТВ. ПОДПРОСТРАНСТВО. КРИТЕРИЙ ПОДПРОСТРАНСТВА. ЛИНЕЙНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ И НЕЗАВИСИМОСТЬ СИСТЕМЫ ВЕКТОРОВ. БАЗИС И РАНГ КОНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ ВЕКТОРОВ.**

### *Основные вопросы*

Определение векторного пространства над полем. Примеры. Арифметическое векторное пространство. Простейшие свойства векторных пространств. Определение и свойства линейно зависимой и линейно независимой системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов, их нахождение. Определение подпространства. Критерий подпространства.

[2], Гл.2, § 1,2 [8], Гл. 8, §44  
[5], Гл.7, §1 [13], §10

## **8. БАЗИС И РАЗМЕРНОСТЬ КОНЕЧНОМЕРНОГО ВЕКТОРНОГО ПРОСТРАНСТВА. КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА. ИЗМЕНЕНИЕ КООРДИНАТ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ОТ ОДНОГО БАЗИСА К ДРУГОМУ.**

### *Основные вопросы*

Определение базиса пространства, примеры конечномерных векторных пространств. Размерность. Координаты вектора в данном базисе, их единственность. Матрица перехода от одного базиса к другому. Формула, связывающая координаты одного и того же вектора в разных базисах.

[2], Гл.2, § 1-3

[8], Гл.8, § 45-47

[5], Гл.7, §3

[13], §11

## **9. СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ИСКЛЮЧЕНИЯ НЕИЗВЕСТНЫХ (МЕТОД ГАУССА). КРИТЕРИЙ СОВМЕСТИМОСТИ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ (КРИТЕРИЙ КРОНЕКЕРА-КАПЕЛЛИ). ФОРМУЛЫ КРАМЕРА.**

*Основные вопросы*

Определение решения системы линейных уравнений. Понятия совместной, несовместной, определенной, неопределенной, однородной, неоднородной системы линейных уравнений. Следствие системы уравнений. Равносильные системы уравнений и элементарные преобразования над уравнениями системы. Строчечный и столбцовый ранг матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Решение системы методом последовательного исключения переменных – методом Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений. Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными методом Крамера.

[8], Гл.6 §34,36

[13], §12

[5], Гл.5, §2,3

## **10. МНОГОЧЛЕНЫ ОТ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ НАД ПОЛЕМ. ТЕОРЕМА О ДЕЛЕНИИ С ОСТАТКОМ ДЛЯ МНОГОЧЛЕНОВ. НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ ДВУХ МНОГОЧЛЕНОВ И АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА. ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА ДВУЧЛЕН $(x-a)$ . СХЕМА ГОРНЕРА. КОРНИ МНОГОЧЛЕНА. ТЕОРЕМА БЕЗУ.**

*Основные вопросы.*

Многочлены от одной переменной над полем. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Сумма и произведение многочленов. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель двух многочленов, алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное двух многочленов, его нахождение. Деление многочлена на двучлен  $(x-a)$ , схема Горнера. Корни многочлена – определение, критерий, примеры. Наибольшее возможное число корней многочлена. Теорема Безу.

[4], Гл.1, § 1,2

[8], Гл.2, §7,8,9

[5], Гл.14 §1,2

[13], § 15

[6], Гл.5, §2,3

## **11. НЕПРИВОДИМЫЕ И ПРИВОДИМЫЕ МНОГОЧЛЕНЫ НАД ПОЛЕМ. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА В ПРОИЗВЕДЕНИЕ НЕПРИВОДИМЫХ МНОЖИТЕЛЕЙ И ЕГО ЕДИНСТВЕННОСТЬ.**

*Основные вопросы.*

Неприводимые над полем многочлены. Разложение многочлена над полем в произведение неприводимых множителей и его единственность.

[4], Гл.1, § 1,2

[8], Гл.2, §7,8,9

[5], Гл.14 §1,2

[13], § 15

[6], Гл.5, §2,3

## **12. ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АЛГЕБРЫ И СЛЕДСТВИЯ ИЗ НЕЕ. НЕПРИВОДИМЫЕ НАД ПОЛЕМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ МНОГОЧЛЕНЫ. ФОРМУЛЫ ВЬЕТА.**

*Основные вопросы*

Основная теорема алгебры. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Разложение многочлена над  $\mathbb{C}$  в произведение неприводимых множителей. Количество комплексных корней многочлена  $n$ -ой степени над  $\mathbb{C}$ . Формулы Виета.

[4], Гл.4, § 2

[6], Гл.6, §1

[5], Гл.16 §1

[13], § 17

[8], Гл.2, §12; Гл.3, §13



### **13. ПРОСТЫЕ ЧИСЛА. БЕСКОНЕЧНОСТЬ МНОЖЕСТВА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ. ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АРИФМЕТИКИ. КАНОНИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ.**

#### *Основные вопросы*

Определение простого и составного натурального числа. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики о разложении натурального числа на простые множители и его единственность. Каноническое представление натурального числа.

[3], Гл.1, § 5  
[5], Гл.11 §1  
[13], §5

### **14. ОТНОШЕНИЕ СРАВНИМОСТИ ПО МОДУЛЮ В КОЛЬЦЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ. ПОЛНАЯ И ПРИВЕДЕННАЯ СИСТЕМЫ ВЫЧЕТОВ. ФУНКЦИЯ ЭЙЛЕРА И ЕЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ. ТЕОРЕМЫ ЭЙЛЕРА И ФЕРМА.**

#### *Основные вопросы*

Сравнения по модулю в кольце целых чисел, их свойства. Классы вычетов по данному модулю. Полная система вычетов, ее свойства, примеры. Приведенная система вычетов, ее свойства, примеры. Функция Эйлера, ее вычисление, примеры. Теоремы Эйлера и Ферма, их применение.

[3], Гл.3, § 1-5  
[5], Гл.12 §1-3

[13], §13

### **15. АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЕ В АРИФМЕТИКЕ ПРИ РАЗЛОЖЕНИИ РАЦИОНАЛЬНОГО ЧИСЛА В КОНЕЧНУЮ ЦЕПНУЮ ДРОБЬ И ПРИ ОТЫСКАНИИ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОГО (ДИОФАНТОВА) УРАВНЕНИЯ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ.**

#### *Основные вопросы.*

Представление рациональных чисел конечными цепными дробями. Подходящие дроби и их свойства. Отыскание целочисленных решений неопределенного (диофантова) уравнения первой степени с помощью цепных дробей и свойств их подходящих дробей.

[3], Гл.1, § 9, Гл.3 §6 п.2  
[15], Гл.1 §4

### **16. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ.**

#### *Основные вопросы.*

Определение кольца рациональных чисел. Поле рациональных чисел как расширение кольца целых чисел. Построение поля рациональных чисел. Основные свойства системы рациональных чисел. Представление любого рационального числа в виде частного двух чисел. Единственность системы рациональных чисел.

[7], Гл.4, § 1-3

### **17. ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ: ЧИСЛО И СУММА ВСЕХ НАТУРАЛЬНЫХ ДЕЛИТЕЛЕЙ ДАННОГО НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА.**

#### *Основные вопросы.*

Каноническое разложение натурального числа. Числовые функции для вычисления числа и суммы всех натуральных делителей данного натурального числа и их аналитическое задание (в виде формул). Мультипликативность этих функций.

[3], Гл.1, §6 п.1, п.2  
[15], Гл.2 §2

### **18. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ.**

#### *Основные вопросы.*

Определение кольца целых чисел. Кольцо целых чисел как расширение полукольца натуральных чисел. Построение кольца целых чисел. Основные свойства системы целых чисел. Представление любого целого числа в виде разности двух натуральных чисел. Единственность системы целых чисел.

[7], Гл.3, § 1-3

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С. Алгебра. Элементы теории множеств. Линейные уравнения и неравенства. Арифметические векторы. Матрицы и определители – М.: Просвещение, 1981.
2. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С., Стеллецкий И.В. Алгебра. Группы, кольца, поля. Векторные и евклидовы пространства. Линейные отображения. – М.: Просвещение, 1981.
3. Виленкин Н.Я. и др. Алгебра и теория чисел. – М.: Просвещение, 1984.
4. Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. – М.: Просвещение, 1980.
5. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Высшая школа, 1979.
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру.- М.: Физ.-мат. литература, Ч.1, 2000.
7. Ларин С.В. Числовые системы. – М: Академия, 2001.
8. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – М.: Просвещение, 1966.
9. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С. Задачник-практикум по алгебре. – Ч.1. - М.: Просвещение, 1982.
10. Лельчук М.П. и др. Практические занятия по алгебре и теории чисел. - Минск.: Вышэйшая школа, 1986.
11. Кочева А.А. Задачник-практикум по алгебре. – Ч.3. - М.: Просвещение, 1984.
12. Нечаев В.А. Задачник-практикум по алгебре. - Ч.2. - М.: Просвещение, 1983.
13. Путилов С.В. Алгебра. - Брянск, 2003.
14. Кострикин А.И. Введение в алгебру – М.: Наука, 1977.
15. Виноградов И.М. Основы теории чисел – М.: Наука, 1972.